

涡旋光束和光学涡旋

Optical Vortex Beams and Optical Vortices

陆璇辉 黄慧琴 赵承良 王将峰 陈 和

(浙江大学光学研究所, 浙江 杭州 310027)

LU Xuanhui HUANG Huiqin ZHAO Chengliang WANG Jiangfeng CHEN He

(Institute of Optics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

摘 要 就涡旋光束和光学涡旋的基本特征和原理进行了概述,对其产生、传播及应用进行了介绍。对涡旋光束和光学涡旋的研究动态进行了叙述,并对其未来的研究和应用前景进行了展望。

关 键 词 涡旋光束; 光学涡旋; 相位奇异性; 角动量; 螺旋相位; 光学操控

Abstract The basic principle, generation, transformation and application of optical vortex beams and optical vortices are briefly summarized, as well as their progress. A brief outlook about the future study and applications of optical vortex beams and optical vortices is discussed.

Key words vortex beams; optical vortices; phase singularities; orbital angular momentum; helical phase; optical manipulation

中图分类号 O436

1 引言

光学涡旋是随着人们对光认识的深入,特别激光产生以后才逐渐有了较为清晰的认识。自 19 世纪 Airy^[1]发现在透镜的聚焦面上会形成一种奇异的环以后,人们才开始对这种现象进行研究。1973 年,William H. Carter^[2]根据计算机模拟揭示:可以通过对光束的极轻微扰动使奇异环产生或消失。之后,G. P. Karman 等^[3-7]研究揭示:奇异环或环的波前错位随着任何非近轴激光束的传递而产生。此外,光束参数的变化导致位错反应——波前奇异性的不断产生和消失。后来,A. V. Volyar 等^[8]提出:环的主要特征和边缘位错是横向光学涡旋的一种空间运动,这种光学涡旋的基本单元具有相位奇异性,这是首次用光学涡旋来解释

这种现象。M. S. Soskin 等^[9]发现在去除很大比例的奇异性光束后,光束在传递过程中又能恢复部分涡旋特征。事实上,对于任何光学现象,不管是经典的还是量子的,波涡旋都是固有的。随着研究的进展,到 20 世纪末大量关于光学涡旋的专题论文和评论性文章发表^[10-15]。

涡旋光束和光学涡旋凭借其复杂性和可观的应用前景,逐渐成为近几年学术界的热门研究课题。涡旋光束之所以应用非常广泛,特别是在光学操控领域极具优势,是因为涡旋光束所具有的螺旋波面可以聚焦成环形的光陷,而这个环形的光陷就是光学涡旋。

2 涡旋光束理论基础与研究概况

涡旋光束近几年引起了物理

学界的浓厚兴趣。所谓涡旋光束即具有连续螺旋状相位的光束,换句话说,光束的波阵面既不是平面,也不是球面,而是像旋涡状,具有奇异性。

涡旋光束具有柱对称的传播性质,此种光束的涡旋中心是一个暗核,在此光强消失^[16,17],其在传播过程中也保持中心光强为零。涡旋光束的相位波前成螺旋形分布,所以波矢量有方位项,且其绕着涡旋中心旋转^[18]。而正是因为这个旋转,光波携带了轨道角动量^[19]。

L. Allen 等^[20]指出拉盖尔-高斯光束具有 $\phi=m\theta$ 的螺旋相位结构,它有显著的每光子 $m\hbar$ 的轨道角动量。在这个螺旋相位的中心具有奇异性,因为此处的相位是不确定的,而且场振幅也消失了,以致在光波的中心形成了“黑心光束”。

螺旋模式 $\Psi_m(\mathbf{r})$ 的相位因子和沿着光轴的极角 θ 是成比例的, $\Psi_m(\mathbf{r}) = u(r, z)e^{-ikze^{i\phi}}$, 这里 $\phi = m\theta$ 是螺旋相位, $\mathbf{k} = k\hat{z}$ 是光束的波矢量, $u(r, z)$ 是 z 处的光场径向分布, m 是整数绕数 (也被称为光学拓扑荷, 注: 某些粒子的特性在场变形下保持不变, 这样的守恒律称为拓扑, 其守恒荷称为拓扑荷)。

要实现调整涡旋光束的轨道角动量, 可以通过改变波前的螺旋绕数 m , 或者也可以通过增大光子流。由于每一个光学涡旋都具有一定的螺旋规模, 若轨道角动量固定, 则会给要求几何或光子密度保持不变的应用带来一些限制。为此, Christian H. J. Schmitz 等^[20]介绍了一种轨道角动量可调的光学涡旋, 这种可调的光学涡旋是由两束涡旋光叠加而成的, 而且这两共线涡旋光束具有相等的螺旋形和相反的空间螺旋特性。

涡旋光束可以简单地被看成是拉盖尔-高斯模的线性叠加。它的柱对称模式是由两个整数因子 p 和 m 来描述的, 且在传播过程中 p, m 保持不变。涡旋光束的相位梯度沿着其暗光束中心的线性积分值等于 $2m\pi$, 这里的是 m 指的是涡旋的拓扑荷。根据偏振的一般旋转角动量可知这个拓扑荷给了涡旋光束沿着传播轴方向上每光子 $m\hbar$ 的轨道角动量, 所以光强才会表现出旋转的特性。涡旋光束具有 $p+1$ 个径向节。任何一束带有拓扑荷 m 的涡旋光束, 都可分解为拉盖尔-高斯模的线性组合, 但是每一个拓扑荷 m 对应的 p 可能不同。参与组合的每一个模在传播过程中性质不变, 所以涡旋光束的暗中心特性也得以保持。虽然由于不同 p 值模式, 随着相位转换, 涡旋光束的径向传播模式会逐渐改变, 但是拓扑荷为整数的所有涡旋

光束在其传播时, 拓扑荷始终不变, 而且光束的中心总是空心的。

一般涡旋光束的形成可以通过对激光束的调制来实现, 如两正交非涡旋光束的叠加或转换高斯光束。涡旋光束沿着带有螺旋相位波前的光轴展示了其相位的奇异性, 这个螺旋波前是由相位因子 $\exp(im\phi)$ 来描述的。让一平面波光束经过一个螺旋相位板(如图 1 所示)时, 便可得到螺旋相位波前。假设螺旋相位板的折射率为 n , 圆盘的厚度为 h , 必须的梯高为 s , 方位角为 ϕ , 则有方程 $s = (n-1)\lambda m$, $h(\phi) - h(\phi=0) = \frac{\phi}{2\pi}(n-1)\lambda m$, 如今这一技术已在光波段^[21]和毫米波段^[22]中用于生产这种涡旋光束。然而, 在波长未被事先设计好的情况下, 螺旋相位板会产生 m 为非整数值的光束, 而且此光带有相当复杂的光学涡旋拓扑荷^[23, 24]。所以为了获得理想的涡旋光束就需要再用一个能够充当相位特征 $\phi(x, y)$ 的单项的光学元件。

目前, 除了可用螺旋相位板产生涡旋光束之外, 还有许多方法可以产生涡旋光束。如运用全息光栅^[25, 26], 由低阶高斯模产生涡旋光束; 也可采用一个包含球形透镜和柱透镜的模式转换器, 由高阶

厄米-高斯模获得涡旋光束^[27, 28]; 还可选择性地直接从具有相位转换装置^[29]的激光谐振腔中产生涡旋光束等。

涡旋光束已被广泛应用, 它不仅可用于增大激光腔的模体积^[29, 30], 光的光导^[31-33], 频率移动^[34], 角动量的改变^[35], 而且还可以作为在自聚焦介质中的暗孤子^[32, 36, 37]。涡旋光束所拥有的轨道角动量更可用于自由空间光通信的信息解码^[38]。不过, 最为突出的还是其在光学微操控领域中的应用, 如对微粒和原子的光陷^[39, 40], 捕获和引导粒子^[40, 41], 旋转吸收的粒子^[35]等。

在现代技术中光操控被誉为是一项非凡的技术, 运用梯度力和散射力的原理, 通过这项技术我们便可以实现控制微粒的运动。涡旋光场在光学微控领域的应用已经导致了人们对光场中光学角动量的大量研究, 尤其是拉盖尔-高斯光场^[35, 42]和高阶贝塞尔光场^[43, 44]。由于梯度力, 微粒可被陷于此种涡旋光中, 而通过散射或吸收, 微粒又可因角动量转换, 沿着光场的环状光强分布旋转^[42-44]。例如在单环拉盖尔-高斯光束的环状光强分布场中, 我们可以人为控制地装入一定数量的胶质微粒。最近, W. M. Lee 等^[45]研究了源于被陷拉盖尔-

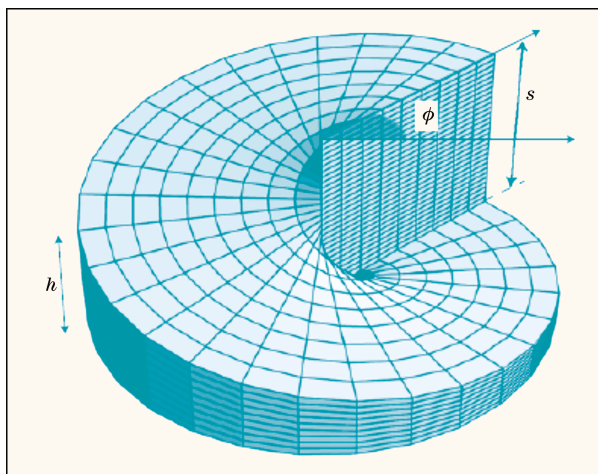


图 1 螺旋相位板

高斯光束中的多个胶质前方散射的干涉效应,研究发现来自多个光陷胶质的远场干涉模式包含了与相位结果和螺旋光场相关的关键信息,可见在这种涡旋光束中的光陷胶质的多方散射研究具有深远的重要意义。同时,他们还证实了当三个或更多个胶质被陷于拉盖尔-高斯光束中时,在远场便会形成具有单一拓扑荷的光学涡旋。

最近,Arlee V. Smith 等^[46]利用一个光学参量振荡器 (OPO)得到了高质量的涡旋光束。在这个振荡器的腔中每经过一条腔径就会产生 $\pi/2$ 的相变。这种方法比较适用于脉冲激光和连续激光中实现涡旋光束。

3 光学涡旋的研究动态

光学涡旋是近几年来受到重视和广泛研究的一种重要光场,它的基础研究涉及了许多方面的物理研究,如光的轨道角动量^[19,35],波前^[47],空间相干和时间相干^[48,49]。

光学涡旋代表的是相位奇异性,它普遍存在于光物理学的众多领域之中。光学涡旋也可以称为“相位缺陷”,它是光束横截面上的相位以 2π 螺旋式围绕中心变化的光场,它经常发生在相干传播过程中,如拉盖尔-高斯激光束和光学涡旋孤子^[35,50]。

当产生光学涡旋时,平面波存在着类似于晶体的“螺旋式缺陷”,波前会绕着在传播方向上的一条线以螺旋方式旋转传播。远离此线的波是平面波;在该线上光的相位是不确定的,即场的实部和虚部都为零,为此该处光强亦为零。

用复数表示二维静态光场分布,光场表示为

$$\begin{aligned} U(x,y) &= \text{Re}(x,y) + i\text{Im}(x,y) = \rho \exp(i\phi) \\ \rho^2 &= \text{Re}^2(x,y) + \text{Im}^2(x,y) \\ \tan(\phi) &= \text{Im}(x,y)/\text{Re}(x,y) \end{aligned}$$

其中 $\text{Re}(x,y)$ 为光场 $U(x,y)$ 的实部, $\text{Im}(x,y)$ 为虚部, ρ 为振幅, ϕ 为相位。当光场的实部 $\text{Re}(x,y)$ 和虚部 $\text{Im}(x,y)$ 同时为零时,光场的位相 ϕ 变成一个奇异的值。这个相位奇异在二维图上可以是一个点,也可以形成一条线(直线或曲线)。涡旋在二维图中则是一个点。

若考虑一闭圈 l , 围绕涡旋点旋转一周, 则相变化情况 $\Delta\phi$ 是 2π 的整数倍:

$$\Delta\phi = \oint \nabla\phi dl = \pm 2n\pi, q = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \pm n,$$

其中 n 为正整数, q 称为涡旋点的拓扑荷, 它表征绕涡旋点一周, 相位的变化情况。

光学涡旋的涡旋点是位相等高线相交的地方。围绕涡旋点, 相位的旋转有顺时针和逆时针两种方式, 且分别对应两种拓扑荷, 如图 2 所示。

涡旋的运动速度取决于参量变化的快慢, 这些参量包括相对相位和振幅。举例来说, 当光出现一个超短脉冲时对应的振幅的变化速率会变大很多, 所以此时的光学涡旋的运动速度便会超过原先的速度。这个发现并没有违背相对论原理, 因为涡旋的速度是光的相速度。

可见, 光学涡旋在波前相位分布中是一个孤立的奇点。光束中包含有涡旋的特征是现代光学的一个重要现象。为了获得此类包含有光学涡旋的光束, 人们根据研究其

独一无二的特征, 想出了各种各样的方法。特别是通过特殊设计的人造全息图^[51~54], 高阶激光模式分离器^[20], 螺旋相位板^[21], 双柱透镜相位转换器^[19]及非线性光学现象^[55,56]来获得光学涡旋。而且它还可以由粗糙表面的光的散射^[57,58], 甚至是由规则的波干涉得到^[57]。

若空间中有三个或更多的光场互相干涉, 并且产生了一个光强最小的区域, 则此时这个最小光强区指的就是光学涡旋。而正是在此处, 相位的性质是奇异的, 这就是所谓的相位奇异性。这种奇异性不限于光学领域, 在其他诸如流体力学^[57], 玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC)^[59] 和晶体学^[60] 等领域中也广泛存在。

光学奇异性的特点在于它所密切相关的光场具有倾向波前, 就是这个倾向性成了坡印亭矢量的方位元, 从而导致光场中产生了轨道角动量。

光学涡旋以其所具有的性质, 极大地丰富了科学研究和科技应用领域, 如它在微电力系统中可以充当理想的螺线管, 而光学涡旋列^[61]更可以为微射流系统聚集胶质微粒。不过这些应用都要求对光学涡旋的光强分布和角动量流有一个更全面和更深刻的认识。此外还有量子纠缠^[62], 相衬图象^[63], 光学微控^[64]和光学散斑场^[65]等等, 尤其在光学微控领域, 光学

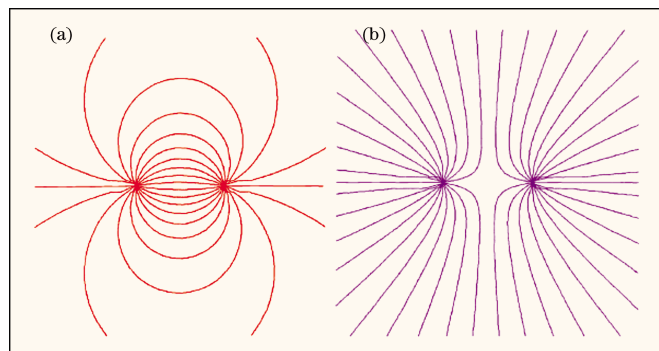


图 2 等位线图:(a)拓扑荷相反的两个涡旋,(b)拓扑荷相同的两个涡旋

涡旋对其具有深远的影响力。

人们对光学涡旋的兴趣是源于 1974 年, J. F. Nye 等^[57,66]发现了相干波在粗糙表面反射的过程中包含有相位缺陷, 这个缺陷被取名为边螺和相位混乱。实际的兴趣其实是由 V. P. Lukin 等^[67]发起的, 他们研究了在大气中光束的相位涨落。1981 年, N. B. Baranova 等^[68]发现了激光斑上包含有大量随机分布的光学涡旋。20 世纪 90 年代, P. Coullet 等^[68]开始对激光腔中的非线性光学涡旋产生了兴趣, 而 G. A. Swartzlander 等^[32,69]通过实验和理论计算发现了自聚焦介质中的光学涡旋孤子, 他们还首次利用非稳态暗孤子条纹描述了光学涡旋的形成。V. Y. Bazhenov 等^[25]为后人在观测线性和非线性光学涡旋现象的新的实验方法方面打下了基础。K. Staliunas 等^[70-72]则对光学涡旋的传播进行了大量的研究。

由于类似微粒的性质, 光学涡

旋之间可能互相排斥或吸引^[73], 而且它们会发生诸如分裂、消失及出现更为复杂的光学涡旋现象^[74,75]。举例来说, 在一般情况下, 当一束光与另外的光束发生重叠时, 合成后的光场的相位与之前参与重叠的光束的光场相位分布是不同的。具有拓扑相位结构的光学涡旋在与别的光场相结合时, 极易受到影响而改变。新的或称“复合光学涡旋”可能会出现或者消失, 随之, 一些别的涡旋也可能会自发形成^[25]。

随后, D. Rozas 等^[47]系统地阐明了光学涡旋的传播动力学。Filippus Stefanus Roux^[76]的理论研究发现传播中的光学涡旋类似流体旋转, 它会绕着中心转动, 而这一现象的观测则归功于 D. Rozas 等^[18]。因为三个或三个以上平面波的叠加便可形成光学涡旋, 而且近来空间光调制器^[77]已被用于产生可控的多光束干涉, 由此生成了传播光学涡旋点阵。近年来, 人们还研究了全连接光学涡旋簇

的相位^[78]。

4 展望

由于涡旋光束和光学涡旋的特征及其复杂性和多样性, 还有它们所具有的应用潜力, 极大地受到了人们的关注。涡旋光束可以作为光学镊子(光钳)、光学扳手和原子电动机等, 这些都可以用于操控某些微观粒子(包括中性原子或分子等)。涡旋光束和光学涡旋的研究领域可谓深远, 基于涡旋光束和光学涡旋这一研究课题的基础性和前瞻性, 它对光的本性认识具有深刻的影响。所以对它们的研究具有十分重要的科学意义, 值得人们对其进行更为广泛和深入的研究, 相信随着对它们的深入研究, 必将带来更多更有价值的研究成果及应用。

收稿日期: 2007-04-16

基金项目: 国家自然科学基金(10334050)。

作者简介: 陆璇辉(1957-), 男, 江苏人, 教授, 博士生导师, 主要从事激光物理和量子光电的研究。

E-mail: xhlu@zju.deu.cn

参考文献

- 1 Born M., Wolf E. Principles of Optics[M], 7thed. New York: Pergamon, 1999
- 2 William H. Carter. Anomalies in the field of a gaussian beam near focus [J]. *Opt. Commun.*, 1973, **7**(3):211~218
- 3 G. P. Karman, M.W.Beijersbergen, A. van Duijl et al.. Airy pattern reorganization and subwavelength structure in a focus [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(4):884~899
- 4 M. V. Berry. Wave dislocation reactions in non-paraxial Gaussian beams [J]. *J. Mod. Opt.*, 1998, **45**(9):1845~1858
- 5 J. F Nye. Unfolding of higher-order wave dislocations [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(5):1132~1138
- 6 A.V. Volyar, V. G. Shvedov, T. A. Fadeeva. The structure of nonparaxial Guassian beam near the focus: II optical vortices[J]. *Optics and Spectroscopy* 2001, **90**(1):93~100
- 7 A. V. Volyar, V. G. Shvedov, T. A. Fadeeva. The structure of nonparaxial Guassian beam near the focus: III stability, eigenmodes and vortices[J]. *Optics and Spectroscopy*, 2001, **91**(2):235~245
- 8 V. A. Pas'ko, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Transversal optical vortex [J]. *Opt. Commun.*, 2001, **198**(1~3):49~56
- 9 M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Singular optics[J]. *Prog. Opt.* 2001, **42**:219~276
- 10 Nye J. F.. Natural focusing and fine structure of light caustics and wave dislocations [M]. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1999
- 11 W. Guttinger, H. Eikemeier (eds.). Structure stability in physics [M]. Berlin: Springer, 1978, 141~254
- 12 M. V. Vasnetsov, K. Staliunas (eds.). Optical Vortices [M]. New York: Nova Science Publishers, 1999

- 13 Y. S. Kivshar, D. E. Pelinovsky. Self-focusing and transverse instabilities of solitary waves[J]. *Phys. Rep.*, 2000, **331**(4): 117~195
- 14 L. Allen, M. Padgett, M. Babiker. The orbit angular momentum of light[J]. *Prog. Opt.* 1999, 40:291~372
- 15 Stephen M. Barnett, L. Allen. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams [J]. *Opt. Commun.*, 1994, **110** (5-6): 670~678
- 16 Grover A. Swartzlander, Jr. Peering into darkness with a vortex spatial filter [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(8):497~499
- 17 David Palacios, David Rozas, Grover A. Swartzlander. Observed scattering into a dark optical vortex core[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(10):103902
- 18 D. Rozas, Z. S. Sacks, G. A. Swartzlander *et al.*. Experimental observation of fluid-like motion of optical vortices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(18):3399~3402
- 19 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11):8185~8189
- 20 Christian H. J. Schmitz, Kai Uurig, Joachim P. Spatz *et al.*. Tuning the orbital angular momentum in optical vortex beams [J]. *Opt. Exp.*, 2006, **14**(15):6604~6612
- 21 M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen *et al.*. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate [J]. *Opt. Commun.*, 1994, **112**(5-6):321~327
- 22 G. A. Turnbull, D. A. Robertson, G. M. Smith *et al.*. The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **127**(4-6):183~188
- 23 M. V. Berry. Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps [J]. *J. Opt. A*, 2004, **6**(2):259~268
- 24 Jonathan Leach, Eric Yao, Miles J. Padgett. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam [J]. *New J. Phys.*, 2004, **6**(1):71~78
- 25 V. Y. Bazhenov, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Screw dislocations in light wavefronts [J]. *J. Mod. Opt.*, 1992, **39** (5):985~990
- 26 N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith *et al.*. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms [J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(3):221~223
- 27 E. Abramochkin, V. Volostnikov. Beam transformations and nontransformed beams [J]. *Opt. Commun.*, 1991, **83**(1-2): 123~135
- 28 M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen *et al.*. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum [J]. *Opt. Commun.*, 1993, **96**(1-3):123~132
- 29 E. Abramochkin, N. Losevsky, V. Volostnikov. Generation of spiral-type laser beams [J]. *Opt. Commun.*, 1997, **141**:59~64
- 30 Ram Oron, Nir. Davidson, Asher A. Friesem *et al.*. Efficient formation of pure helical laser beams [J]. *Opt. Commun.*, 2000, **182**(1-3):205~208
- 31 A. G. Truscott, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Optically written waveguide in an atomic vapor [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(7):1438~1441
- 32 G. A. Swartzlander, Jr, C. T. Law. Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69** (17):2503~2506
- 33 C. T. Law, X. Zhang, G. A. Swartzlander *et al.*. Wave-guiding properties of optical vortex solitons [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25** (1):55~57
- 34 J. Courtial, D. A. Robertson, K. Dholakia *et al.*. Rotational Frequency shift of a light Beam [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **81** (22):4828~4830
- 35 H. He, M. E. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5):826~829
- 36 Polo Di Trapani, Walter Chinaglia, Stefano Minardi *et al.*. Observation of quadratic optical vortex solitons [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(17):3843~3846
- 37 Zhigang Chen, Mordenchai Segev, Daniel W. Wilson *et al.*. Self-trapping of an optical vortex by use of the bulk photovoltaic effect [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(15):2948~2951
- 38 Graham Gibson, Johannes Courtial, Miles J. Padgett *et al.*. Free-space information transfer using light beams carrying

- orbital angular momentum [J]. *Opt. Exp.*, 2004, **12**(22):5448~5456
- 39 Shunichi Sato, Yasunori Harada, Yoshio Waseda. Optical trapping of microscopic metal particles [J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(22):1807~1809
- 40 Takahiro Kuga, Yoshio Torii, Noritsugu Shiokawa *et al.*. Novel optical trap of atoms with a doughnut beam [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(25):4713~4716
- 41 K. T. Gahagan, G. A. Swartzlander, Jr. Simultaneous trapping of low-index and high-index microparticles observed with an optical-vortex trap [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, **16**(4):533~537
- 42 N. B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen *et al.*. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: An optical spanner [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(1):52~54
- 43 V. Garcés-Chávez, D. McGloin, M. J. Padgett *et al.*. Observation of the transfer of the local angular momentum density of a multi-ringed light beam to an optically trapped particle [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(9):093602
- 44 K. Volke-Sepulveda, V. Garcés-Chávez, S. Chávez-Cerda *et al.*. Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam [J]. *J. Opt. B*, 2002, **4**(2):S82~S89
- 45 W. M. Lee, V. Garcés-Chávez, K. Dholakia. Interference from multiple trapped colloids in an optical vortex beam [J]. *Opt. Exp.*, 2006, **14**(2):7436~7446
- 46 Arlee V. Smith, Darrell J. Armstrong. Generation of vortex beams by an image-rotating optical parametric oscillator [J]. *Opt. Exp.*, 2003, **11**(8):868~873
- 47 D. Rozas, C. T. Law, G. A. Swartzlander *et al.*. Propagation dynamics of optical vortices[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1997, **14**(11):3054~3065
- 48 G. A. Swartzlander, Jr., J. Schmit. Temporal correlation vortices and topological dispersion[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(9):093901
- 49 D. M. Palacios, I. D. Maleev, A. S. Marathay *et al.*. Spatial correlation singularity of a vortex field[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(14):143905
- 50 A. W. Snyder, D. J. Michell. M. Healterman Parallel spatial solitons [J]. *Opt. Commun.*, 1995, **116**:365~368
- 51 N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith *et al.*. Laser beams with phase singularities [J]. *Opt. Quant. Electron.*, 1992, **24**(9):951~962
- 52 Filippus Stefanus Roux. Branch-Point diffractive optics [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(8):2236~2243
- 53 E. Abramochkin, V. Volostnikov. Spiral-tipe beams:optical and quantum aspects [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **125**(4-6):302~323
- 54 J. Masajada. Synthetic holograms for optical vortex generation-image evaluation [J]. *Optik*, 1999, **110**(12):554~558
- 55 Guy Indebetouw, Daniel R. Korwan. Model of vortices nucleation in a photorefractive phase-conjugate resonator [J]. *J. Mod. Opt.*, 1994, **41**(5):941~950
- 56 T. Ackemann, E. Kriege, W. Lange. Phase singularities via-nonlinear beam propagation in sodium vapor [J]. *Opt. Commun.*, 1995, **115**(3-4):339~346
- 57 J. F. Nye, M. V. Berry. Dislocation in wave trains [J]. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, 1974, **336**:165~190
- 58 N. B. Baranova, A. V. Mamaev, N. F. Pilipetslii *et al.*. Dislocation of the wave-front of a speckle-inhomogeneous field [J]. *Jetp. Lett.*, 1981, **33**:195~199
- 59 S. Inouye, S. Gupta, T. Rosenband *et al.*. Observation of vortex phase singularities in Bose-Einstein Condensates [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(8):080402
- 60 Barak Freedman, Guy Bartal, Mordechai Segev *et al.*. Wave and defect dynamics in nonlinear photonic quasicrystals [J]. *Nature*, 2006, **440**(7088):1166~1169
- 61 Jenniefer E. Curtis, Brian A. Koss, David G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**(1-6):169~175
- 62 Alois Mair, Alipasha Vaziri, Gregor Weihs *et al.*. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons [J]. *Nature*, 2001, **412**(6844):313~316
- 63 Alexander Jesacher, Severin Furhapter, Stefan Bernet *et al.*. Shadow effects in spiral phase contrast microscopy [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(23):233902

- 64 L. Paterson, M. P. MacDonald, J. Arlt *et al.*. Controlled rotation of optically trapped microscopic particles [J]. *Science*, 2001, **292**(5518):912~914
- 65 Wei Wang, Steen G. Hanson, Yoko Miyamoto *et al.*. Experimental investigation of local properties and statistics of optical vortices in random wave fields [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(10):103902
- 66 J. F. Nye. Optical caustics in the near field from liquid drops [J]. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, 1978, **361**(1704):21~41
- 67 V. P. Lukin, V. V. Pokasov. Optical wave phase fluctuations [J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(1):121~135
- 68 P. Coullet, L. Gill, F. Rocca. Optical vortices [J]. *Opt. Commun.*, 1989(5), **73**:403~408
- 69 C. T. Law, G. A. Swartzlander, Jr. Optical vortex solitons and the stability of dark soliton stripes [J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(8):586~588
- 70 K. Staliunas. Dynamics of optical vortices in a laser beam [J]. *Opt. Commun.*, 1992, **90**(1~3):123~127
- 71 Guy Indebetouw. Optical vortices and their propagation [J]. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(1):73~87
- 72 Issac Freund. Optical vortex trajectories[J]. *Opt. Commun.*, 2000, **181**(1~3):19~33
- 73 I. Velchev, A. Dreischuh, D. Neshev *et al.*. Interaction of optical vortex solitons superimposed on different background beams [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **130**(4~6):385~392
- 74 L. V. Kreminskaya, M. S. Soskin, A. I. Krizhnyak. The Gaussian lenses give birth to optical vortices in laser beams [J]. *Opt. Commun.*, 1998, **145**(1~6):377~384
- 75 A. M. Deykoon, M. S. Soskin, G. A. Swartzlander *et al.*. Nonlinear optical catastrophe from a smooth initial beam [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(17):1224~1226
- 76 Filippus Stefanus Roux. Dynamical behavior of optical vortices [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1995, **12**(7):1215~1221
- 77 Kevin O'Holleran, M. J. Padgett, M. R. Dennis. Topology of optical vortex lines formed by the interference of three, four, and five plane waves [J]. *Opt. Exp.*, 2006, **14**(7):3039~3044
- 78 Lucian-Cornel, Gabriel, Crasovan Molina-Terriza, Juan P. Torres *et al.*. Globally linked vortex clusters in trapped wave fields [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **66**(3):036612